

●●●●● Série 7 :Trigonométrie I ●●●●●

●●●●● Exercice 1 :

Soit x un nombre réel, simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= 2\sin^2(x) + 3\cos^2(x) - 1 & B(x) &= (\cos(x) + \sin(x))^2 - 1 \\ C(x) &= \cos^2(x) - \cos^2(x).\sin^2(x) & D(x) &= (2\cos(x) + \sin(x))^2 + (2\cos(x) - \sin(x))^2 \\ E(x) &= \cos^5(x) + \cos^3(x).\sin^2(x) & F(x) &= \cos^4(x) - \cos^2(x) + \sin^2(x) - \sin^4(x) \\ G(x) &= \cos^6(x) + \sin^6(x) + 3\sin^2(x).\cos^2(x) & H(x) &= \cos^6(x) + \sin^6(x) - 2\sin^4(x) - \cos^4(x) + \sin^2(x) \\ K(x) &= 2(\cos^6(x) + \sin^6(x)) - 3(\cos^4(x) + \sin^4(x)) & L(x) &= \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} \end{aligned}$$

$$P(x) = \frac{\cos(x)}{1 + \sin(x)} + \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} + \frac{(1 - \cos(x))(1 - \sin(x))}{\cos(x).\sin(x)}$$

●●●●● Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) \\ B &= \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{13\pi}{12}\right) \\ C &= \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos^2\left(\frac{11\pi}{12}\right) + 2\cos^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) \\ D &= \cos\left(\frac{\pi}{12}\right).\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{12}\right).\left(\frac{5\pi}{12}\right) \\ B &= \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{9\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{11\pi}{12}\right) \end{aligned}$$

●●●●● Exercice 3 :

On considère que : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

- 1°/- Calculer : $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$
 2°/- Déduire : $\sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right)$; $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

●●●●● Exercice 4 :

Soit x un nombre réel, montrer que :

- 1°/ $\sin^4(x) - \cos^4(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x)$
 2°/ $\sin^4(x) + \cos^4(x) = 1 - 2\sin^2(x)\cos^2(x)$
 3°/ $\sin^6(x) + \cos^6(x) = 1 - 3\sin^2(x)\cos^2(x)$
 4°/ $\sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right)$

●●●●● Exercice 5 :

Soit x un nombre réel, on pose : $A(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Montrer que : $A(-x) = A(x)$ et $A(\pi - x) = -A(x)$

●●●●● Exercice 6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= \tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + \tan\left(\frac{51\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{25\pi}{2} + x\right) \\ B &= \tan\left(\frac{83\pi}{2} + x\right) \times \cos\left(\frac{51\pi}{2} - x\right) \\ C &= \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \tan\left(5\frac{\pi}{8}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{8}\right) \end{aligned}$$

●●●●● Exercice 7 :

Soit x un nombre réel ;

- 1°/ Montrer que : $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - 3\cos^2 x + 3\cos^4 x$
 2°/ Déduire que : $\cos^6 x + \sin^6 x \geq \frac{1}{4}$

●●●●● Exercice 8 :

- 1°/ Calculer $\cos(x)$ et $\sin(x)$ sachant que $\tan(x) = 2$ et $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$
 2°/ Calculer $\cos(x)$ et $\tan(x)$ sachant que $\sin(x) = \frac{-4}{5}$ et $\pi < x < -\frac{3\pi}{2}$
 3°/ Calculer $\sin(x)$ et $\tan(x)$ sachant que $\cos(x) = -0,6$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

●●●●● Exercice 9 :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls tel que : $\overline{(\vec{u}, \vec{v})} \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

Déterminer les mesures des angles orientés : $\overline{(\vec{v}, \vec{u})}$; $\overline{(\vec{u}, -\vec{v})}$; $\overline{(-\vec{u}, -\vec{v})}$; $\overline{(-\vec{u}, \vec{v})}$; $\overline{(-3\vec{u}, 2\vec{v})}$

●●●●● Exercice 10 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \quad ; \quad \sqrt{3} - 2\cos(2x) = 0 \quad ; \quad \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$